

## Simulasi Interpolasi Lagrange dalam Penentuan Umur Fosil (*Carbon Dating*)

WIDJIANTO, SULUR, NUGROHO ADI PRAMONO, ERA BUDI PRAYEKTI  
Dosen Fisika FMIPA Universitas Negeri Malang. Jl. Semarang 5 Malang,  
E-mail: wied.leo@gmail.com  
TEL: 081274478849

**ABSTRAK:** Penelitian ini bertujuan untuk membuat simulasi interpolasi Lagrange dalam penentuan umur fosil. Umur fosil merupakan salah satu bagian penting dalam arkeologi antara lain untuk mengetahui sejarah batuan sedimen bumi, menentukan kaitan antar jenis batuan pada satu tempat/lapisan dengan tempat/lapisan lain, dan mengajukan atau membuktikan sebuah teori. Salah satu cara untuk menentukan umur fosil adalah dengan mendeteksi keberadaan unsur radioaktif karbon-14 ( $C^{14}$ ), yang sering disebut *carbon dating*. Laju peluruhan  $C^{14}$  berkurang seiring pertambahan waktu sebanding dengan waktu paruhnya. Rasio  $C^{14}$  sisa/ $C^{14}$  awal umumnya tidak merupakan kelipatan waktu paruh, sehingga diperlukan metode interpolasi untuk menentukan nilai rasio tersebut. Proses peluruhan dapat disimulasikan dengan gambar grafik  $f_n(x)$  versus  $x$ , dimana  $f_n(x)$  menyatakan Rasio  $C^{14}$  sisa/ $C^{14}$  awal,  $x$  menyatakan umur fosil yang akan dicari, dan  $x_0, x_1, x_2, \dots$  merupakan titik-titik acuan perhitungan pada koordinat waktu paruh. Data yang disajikan dalam bentuk grafik kemudian di analisis. Analisis dilakukan dengan membandingkan data grafik dengan hitungan secara analitis. Analisis ini diarahkan untuk memberi gambaran lengkap tentang keakuratan program setelah dibandingkan dengan perhitungan secara analitis.

**Kata Kunci:** Simulasi interpolasi Lagrange, carbon dating

### PENDAHULUAN

Umur fosil merupakan salah satu bagian penting dalam arkeologi antara lain untuk mengetahui sejarah batuan sedimen bumi, menentukan kaitan antar jenis batuan pada satu tempat/lapisan dengan tempat/lapisan lain, dan mengajukan atau membuktikan sebuah teori. Oleh karena itu penentuan umur fosil secara akurat sangat diperlukan. Salah satu cara untuk menentukan umur fosil adalah dengan mendeteksi keberadaan unsur radioaktif. Salah satu contoh adalah keberadaan radioaktif karbon-14 ( $C^{14}$ ), yang sering disebut *carbon dating* (Yuliati *et al*, 2005).

Ketika organisme mati, maka konsumsi karbon berhenti. Karbon memiliki dua isotop yaitu karbon-12 ( $C^{12}$ ) yang bersifat stabil dan karbon-14 ( $C^{14}$ ). Untuk menyingkat penulisan karbon-12 dan karbon-14 berturut-turut ditulis dengan  $C^{12}$  dan  $C^{14}$  (Suyarso, 2010) (Yusuf *et al*, 2015).

merupakan radioisotop yang bersifat tak stabil dan meluruh dalam fungsi waktu. Perbandingan  $C^{14}$  dengan

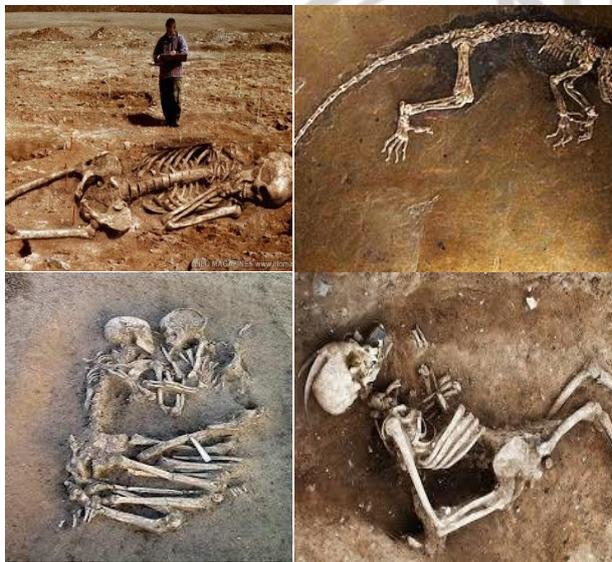
$C^{12}$  pada saat organisme mati sama dan tetap untuk setiap organisme. Tetapi karena  $C^{14}$  meluruh, perbandingannya akan berkurang seiring dengan pertambahan waktu. Kuantitas  $C^{14}$  pada suatu fosil dapat dihitung berdasarkan pengukuran laju peluruhannya yang dapat dihitung dengan alat pencacah. Berdasarkan hasil pengukuran maka akan diperoleh rasio  $C^{12}$  dan  $C^{14}$  dan selanjutnya membandingkannya dengan rasio dalam organisme sesaat setelah mati maka umur fosil dapat ditentukan (Suci *et al*, 2013).

Umur fosil dapat diperoleh dari grafik yang menghubungkan persentase kuantitas  $C^{14}$  dengan waktu paruh. Persamaan yang mengatur hubungan kedua variabel ini dapat diperoleh dengan perhitungan analitik atau numerik dengan pola interpolasi.

Metode numerik jauh lebih mudah dan sederhana dibandingkan dengan penyelesaian analitik dengan akurasi yang cukup tinggi. Banyak interpolasi yang dapat diterapkan antara lain interpolasi linier, kuadratik, polinom, dan

*Lagrange*. Interpolasi linier menggunakan dua titik untuk menentukan persamaan garis lurus sedangkan interpolasi kuadrat menggunakan tiga titik untuk persamaan kuadrat. Interpolasi polinom menggunakan polinom sedangkan interpolasi *Lagrange* menggunakan pendekatan deret untuk penentuan persamaan garis.

Para ahli arkeologi ingin mengetahui dan menggambarkan peradaban dan kurun waktu zaman purba, untuk membandingkan dengan peradaban saat ini, serta mempelajari proses evolusi yang terjadi di bumi ini



**Gambar 1. Contoh gambar temuan fosil**

Gambar 1 di atas adalah empat contoh temuan fosil yang pernah ditemukan oleh para ahli arkeologi. Cara menentukan atau menghitung umur fosil tersebut dapat dilakukan dengan berbagai metode ilmiah, dan perlu uraian yang cukup panjang. Fosil diyakini berasal dari makhluk hidup yang mati ribuan tahun lalu. Dalam fosil terdapat unsur carbon, yang merupakan kunci dari penentuan umur fosil (Suci, 2013) (Suyarso, 2010).

Unsur  $C^{12}$  yang stabil dan  $C^{14}$  yang bersifat radioaktif dalam perbandingan yang selalu konstan sebesar  $1,3 \cdot 10^{-12}$ , setara dengan  $7,826 \cdot 10^{11}$  atom/mol akan terbentuk pada tulang organisme yang masih hidup (Cromer *et al.*, 1974). Sedangkan ketika organisme mati proses pembentukan kedua unsur karbon tersebut terhenti. Jumlah  $C^{12}$  tetap,

sedangkan jumlah  $C^{14}$  berkurang karena mengalami peluruhan, yang sering disebut dengan *carbon dating*.

Avogadro telah menemukan bahwa dalam 1 mol zat mengandung  $6,03 \cdot 10^{23}$  atom. Berdasarkan perhitungan penelitian sifat radioaktivitas diperoleh waktu-paro  $C^{14}$  ( $T_{\text{paro}}$ ) sebesar 5730 tahun.

Laju peluruhan  $R$  ditulis dengan  $\frac{dN}{dt}$  sebanding dengan banyaknya partikel/inti. Jika  $N(t)$  adalah jumlah atom pada saat  $t$ , maka laju peluruhan zat radioaktif dapat ditulis

$$R = \frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau}, \quad (1)$$

dimana  $\tau$  konstanta peluruhan. Integrasi dengan variabel terpisah diperoleh persamaan analitis

$$N(t) = N(0)e^{-t/\tau}, \quad (2)$$

dengan  $N(0)$  adalah jumlah inti pada saat  $t = 0$ . Persamaan ini dapat dikembangkan dengan mengambil kondisi paro, yaitu saat inti meluruh hingga sisa separo, dimana  $t$  dinamakan waktu paro ( $T_{\text{paro}}$ ). Dengan menggunakan persamaan (2) diperoleh hubungan  $T_{\text{paro}} = \tau \cdot \ln 2$ , atau  $\tau = T_{\text{paro}} / \ln 2$ . Sehingga persamaan (1) dapat ditulis menjadi

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N \ln 2}{T_{\text{paro}}} \quad (3)$$

Atau  $R = 0,693 N/T_{\text{paro}}$  peluruhan/s. (4)

Sehingga laju peluruhan  $C^{14}$  maksimum, yaitu sesaat setelah organisme mati menjadi

$R_{\text{mak}} = 0,693 \cdot 7,826 \cdot 10^{11} / (5.730 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60) = 180,079 / \text{mol} \cdot \text{menit}$ . Laju peluruhan ini dapat ditentukan dengan pemindai cacah seperti *Geiger Counter* atau sejenisnya.

Laju peluruhan  $C^{14}$  berkurang seiring pertambahan waktu sebanding dengan waktu paronya. Setelah 5.730 tahun jumlah atom  $C^{14}$  akan bersisa separonya atau  $3,913 \cdot 10^{11}$  atom/mol dan setelah 11.460 tahun akan bersisa  $1,9565 \cdot 10^{11}$  atom/mol. Begitu seterusnya setiap pertambahan waktu kelipatan 5.730 tahun, sisa  $C^{14}$  menjadi satu per dua dipangkatkan banyaknya kelipatan 5.730 dikalikan jumlah atom awal. Dalam pernyataan matematis dapat ditulis jika waktu bertambah sebanyak  $5.730 \times n$

tahun maka sisa atom  $C^{14}$  menjadi  $1/2^n \times 7,826 \cdot 10^{11}$  atom/mol.

Data dari pemindai cacah (R) dipakai untuk menghitung banyaknya atom  $C^{14}$  yang tersisa. Dari persamaan (1) diperoleh

$$N(C^{14}) \text{ tersisa} = R \cdot T_{\text{paro}} / 0,693. \quad (5)$$

Normalnya 1 mol zat mengandung  $6,03 \cdot 10^{23}$  atom.

$$\text{Rasio } C^{14}/C^{12} \text{ tersisa} = R \cdot T_{\text{paro}} / 0,693 / 6,03 \cdot 10^{23} \quad (6)$$

Sehingga rasio  $C^{14}$  tulang mati dengan  $C^{14}$  tulang hidup:

$$\text{Rasio } C^{14} \text{ sisa}/C^{14} \text{ awal} = R \cdot T_{\text{paro}} / 0,693 / 6,03 \cdot 10^{23} / 1,3 \cdot 10^{-12} \quad (7)$$

Interpolasi dalam metode numerik dipergunakan untuk menentukan nilai antara dari sejumlah titik acuan. Salah satu metode interpolasi yang mudah dan sederhana adalah Interpolasi Lagrange, yang mereduksi diferensiasi terbagi dari Newton (Sauer *et al*, 1995).

Rasio  $C^{14}$  sisa/ $C^{14}$  awal umumnya tidak merupakan kelipatan waktu paro, sehingga diperlukan metode interpolasi untuk menentukan nilai rasio tersebut. Metode interpolasi yang digunakan adalah interpolasi Lagrange dengan rumus

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x)_i, \text{ dimana } L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x-x_j}{x_i-x_j} \quad (8)(8)$$

Orde pertama dirumuskan dengan

$$f_1(x) = \frac{x-x_1}{x_0-x_1} f(x_0) + \frac{x-x_0}{x_1-x_0} f(x_1) \quad (9)$$

Sedangkan orde kedua rumusnya

$$f_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} f(x_0) + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} f(x_1) + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} f(x_2) \quad (10)$$

Dan seterusnya, sampai orde ke-n.

Proses peluruhan dapat disimulasikan dengan gambar grafik  $f_n(x)$  versus  $x$ . Dimana  $f_n(x)$  menyatakan Rasio  $C^{14}$  sisa/ $C^{14}$  awal,  $x$  menyatakan umur fosil yang akan dicari dan  $x_0, x_1, x_2, \dots$  merupakan titik-titik acuan perhitungan pada koordinat waktu paro.

Kepresisian dan keakurasian pemilihan titik-titik acuan inilah yang merupakan kunci dari ketelitian perhitungan. Semakin presisi titik-titik

acuan mempunyai nilai yang sangat berdekatan (*closed*) akan semakin teliti perhitungannya.

Penelitian ini menggunakan interpolasi *Lagrange* karena lebih tepat untuk menentukan persamaan radioaktivitas karbo  $C^{14}$  yang berbentuk eksponensial. Interpolasi *Lagrange* juga memiliki tingkat akurasi yang tinggi karena menggunakan deret untuk mencari titik-titik antara  $n$  buah titik.

Tujuan khusus penelitian ini adalah

1. Mengembangkan program komputer untuk simulasi interpolasi *Lagrange* pada formula *Carbon Dating* untuk menentukan umur fosil.
2. Menguji keakuratan program komputer untuk simulasi interpolasi *Lagrange* pada formula *Carbon Dating* untuk menentukan umur fosil.

Penelitian ini berbasis pada penyelesaian numerik. Teknik penyelesaian numerik merupakan teknik yang berguna untuk menyelesaikan permasalahan fisika yang kompleks dan rumit secara sederhana dan mudah. Teknik ini juga bermanfaat untuk membangun model dan alur pikir untuk menyelesaikan permasalahan. Dengan demikian penelitian ini memiliki keutamaan untuk menyelesaikan permasalahan fisika lain dengan pengembangan pola/alur pikir yang mendukungnya.

Penelitian merupakan terobosan baru sehingga memiliki urgensi untuk pengembangan penyelidikan aspek-aspek lain dari fosil dengan bantuan simulasi komputer.

## PROSES DAN METODE

Berdasarkan masalah penelitian dan tujuan yang akan dicapai, pelaksanaan penelitian ini dirancang sebagai berikut

### 1. Implementasi Metode Numerik

#### 1) Menetapkan Sistem Fisis

Sistem fisis yang ditinjau adalah sebuah obyek berupa fosil dengan rasio  $C^{14}$  dan  $C^{12}$  yang setimbang sebagai nilai awal. Rasio yang setimbang dipilih karena pada saat organisme tersebut masih hidup

rasio  $C^{14}$  dan  $C^{12}$  setimbang. Ketika mati, kandungan  $C^{12}$  tetap sedangkan  $C^{14}$  meluruh sehingga perbandingan  $C^{14}$  dan  $C^{12}$  tidak sama lagi.

Berdasarkan perbandingan tersebut, maka akan diketahui berapa lama  $C^{14}$  melakukan peluruhan. Dengan mengetahui berapa lama fosil meluruh, maka kita akan tahu sejak kapan makhluk yang ditinjau tersebut mati.

## 2) Pendekatan

Untuk mendapatkan hasil yang akurat, sebelum dilakukan interpolasi Lagrange pada titik  $t$ , perlu dicari titik-titik bantu sebagai titik acuan yang relatif lebih dekat dengan titik  $t$ . Titik-titik acuan ini dicari berdasarkan dua titik  $T/2$  yang mengurung titik  $t$ .

3) Implementasi Interpolasi *Lagrange*  
Interpolasi Lagrange dilakukan dengan menggunakan titik-titik bantu.

## 2. Strategi Pemecahan Masalah

- 1) Menggambar kurva  $N$  vs  $T/2$ .
- 2) Menentukan titik di mana akan dicari umur fosil (jumlah  $C^{14}$  tersisa)
- 3) Menentukan letak titik diantara dua titik paruh sebagai titik acuan, apakah mendekati batas bawah atau batas atas
- 4) Membuat titik tepat diantara titik paruh, jadikan titik acuan baru
- 5) Meninjau kedudukan titik yang dicari, jika belum cukup dekat dengan salah satu titik acuan, ulangi langkah 3), jika tidak lanjutkan ke langkah 6)
- 6) Terapkan interpolasi Lagrange untuk menentukan nilai fungsi dari titik yang dicari dengan menggunakan titik-titik acuan terakhir
- 7) Algoritma
  - Mulai
  - Inputkan hasil pencacah Geiger ( $R$ ).
  - Diketahui avogadro, rasio  $C^{14}$  seimbang, waktu paro.

- Hitung banyaknya inti  $C^{14}$  yang tersisa.
- Hitung rasio  $C^{14}$  tersisa =  $C^{14}$  tersisa/Avogadro.
- Fraksi  $C^{14}$  = rasio  $C^{14}$  tersisa/rasio  $C^{14}$  seimbang.
- Jika fraksi  $C^{14}$  kelipatan  $(1/2)^n$  maka umur fosil =  $n \cdot T_{\text{paro}}$ .
- Jika fraksi  $C^{14}$  bukan kelipatan  $(1/2)^n$  maka umur fosil dihitung dengan interpolasi.
- Gambarkan grafik.
- Selesai.

## HASIL DAN SIMPULAN

### 1) Pengkodean dan Eksekusi

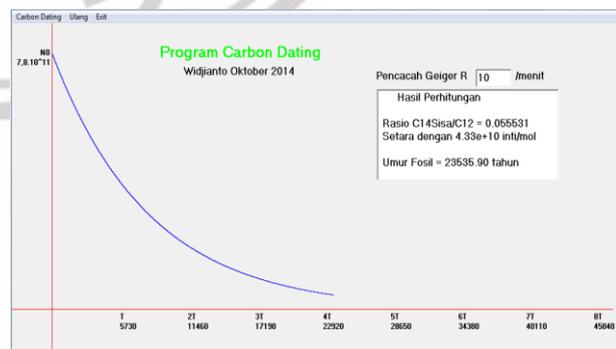
Kode dituliskan dalam bahasa pemrograman Delphi. Data yang terkait dengan penentuan carbon-dating diperoleh dengan menjalankan program. Luaran utama adalah rasio  $C^{14}$  dan  $C^{12}$  ( $N$ ) pada waktu yang ditentukan saat menjalankan program (sebagai input).

### 2) Penyajian Data

Data yang dihasilkan ditampilkan dalam bentuk kurva  $N$ - $T/2$

### 3) Analisis

Analisis dilakukan terhadap kurva  $N$ - $T/2$  dengan membandingkannya dengan hitungan secara analitis. Analisis diarahkan untuk memberi gambaran lengkap tentang keakuratan program setelah dibandingkan dengan penghitungan secara analitis.



## DAFTAR PUSTAKA

- Cromer, H, Allan.1974. Physics For The Life Sciences.Mc Graw Hill. New York.  
Sauer, T, dkk. 1995. On Multivariate Lagrange Interpolation. Mathematics

- of Computation Volume 64, Number 211, Page 1147-1170, July 1995.
- Suci, A, dkk. 2013. Pembuatan Standar Modern Karbon Gula Pasir Indonesia untuk Menentukan Umur Fosil Kayu dan Moluska Menggunakan Metode Radio Karbon. Prosiding Seminar Nasional Sains dan Teknologi Nuklir PTNBR-BATAN Bandung, 4 Juli 2013.
- Suyarso. 2010. Melacak Perubahan Muka Laut Masa Laut Masa Lampau Berdasar Fosil Kerang-kerangan (*Ostrea.Sp*) di Pulau Belitung.
- Indonesian Journal of Marine Sciences September 2010 Vol 15 (3) 135-142 ISSN 0853-7291
- Yuliati, H, dkk. 2005. Radionuklida Kosmogenik Untuk Penanggalan. Buletin Alara, Volume 6 No.3 April 2005 Hal 163-171.
- Yusuf, A, dkk. 2015. Penggunaan Etanolamin Sebagai Absorber CO<sub>2</sub> Pada Penentuan Umur Terumbu Karang di Kepulauan Spermonde Melalui Metode LSC (Liquid Scintillation Counting). Skripsi Universitas Hasanuddin.

